Examenul de bacalaureat național 2013
Proba E. c)
Matematică *M_şt-nat*
Barem de evaluare şi de notare

Model

Filiera teoretică, profilul real, specializarea științe ale naturii

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

• SUBIECTUL I (30 de puncte)

1.	$a_2 - a_1 = r \Rightarrow r = -1$	**2p**
	$a_3 = 0$	**2p**
	Finalizare: produsul este egal cu 0	**1p**
2.	$\Delta = 4 + 4m < 0$	**3p**
	$m \in (-\infty, -1)$	**2p**
3.	$x(x-1) = 12 \Rightarrow x = -3$ sau $x = 4$	**3p**
	$x = 4$ convine, $x = -3$ nu convine	**2p**
4.	$p = \dfrac{\text{nr.cazuri favorabile}}{\text{nr.cazuri posibile}}$	**1p**
	Numărul numerelor $\overline{abc}$ pentru care $a \cdot b \cdot c = 3$ este egal cu $3 \Rightarrow 3$ cazuri favorabile	**2p**
	Numărul numerelor naturale de trei cifre este de $900 \Rightarrow 900$ cazuri posibile	**1p**
	$p = \dfrac{1}{300}$	**1p**
5.	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \lvert\vec{a}\rvert \cdot \lvert\vec{b}\rvert \cdot \cos\sphericalangle\left(\vec{a}, \vec{b}\right) = 2 \cdot 3 \cdot \dfrac{1}{2}$	**3p**
	$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$	**2p**
6.	$B(0,1)$ şi $C(3,1) \Rightarrow BC \parallel Ox$, deci $x_H = x_A = 1$, unde H este ortocentrul triunghiului ABC	**2p**
	$BH \perp AC \Rightarrow m_{BH} \cdot m_{AC} = -1 \Rightarrow \dfrac{y_H - 1}{1} \cdot \dfrac{-2}{2} = -1$	**2p**
	$y_H = 2$	**1p**

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

1.a)	Suma elementelor matricei A este egală cu $1 + (2n+1) + n + 1 + \left(2n^2 + 1\right) + n^2 + 1 =$	**3p**
	$= 3n^2 + 3n + 5$	**2p**
b)	$\det A = n^2 - n$	**2p**
	Finalizare: $n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$	**3p**
c)	$A = \dfrac{1}{2}\lvert\Delta\rvert$	**1p**
	$n^2 + n - 6 = 0 \Rightarrow n = 2$ sau $n = -3$	**3p**
	Finalizare: $n = 2$	**1p**
2.a)	$2011 \circ 2012 = 2011 + 2012 + 1 =$	**3p**
	$= 4024$	**2p**
b)	$(x \circ y) \circ z = x + ay + az + 2$ pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$	**2p**
	$x \circ (y \circ z) = x + ay + a^2 z + a + 1$ pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R}$	**2p**
	$(x \circ y) \circ z = x \circ (y \circ z)$ pentru orice $x, y, z \in \mathbb{R} \Rightarrow a = 1$	**1p**

c)	$2^x = t \Rightarrow t^2 - t = 0$ Finalizare: $x = 0$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2} = f'(2)$ $f'(x) = (x+\ln x)' = 1+\dfrac{1}{x}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
b)	$y - f(1) = f'(1)(x-1)$ $f(1)=1,\ f'(1)=2$ Ecuația tangentei este $y = 2x-1$	**2p** **2p** **1p**
c)	$f''(x) = -\dfrac{1}{x^2}$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$ $f''(x)<0$, pentru orice $x\in(0,+\infty)$ Finalizare	**2p** **2p** **1p**
2.a)	$\int_0^1 f_1(x)\,dx = (x+1)e^x\Big\|_0^1 - \int_0^1 e^x\,dx =$ $= \left((x+1)e^x - e^x\right)\Big\|_0^1 = e$	**2p** **3p**
b)	f_{2011} derivabilă şi $f_{2011}'(x) = \left((x+2011)e^x\right)' = e^x + (x+2011)e^x = (x+2012)e^x$, $\forall x\in\mathbb{R}$ $f_{2011}' = f_{2012}$	**3p** **2p**
c)	$(x+n)e^x \ge (x+n)(x+1)$, pentru orice $x\in[0,1]$ şi $n\in\mathbb{N}^*$ $\int_0^1 (x+n)e^x\,dx \ge \int_0^1 (x+n)(x+1)\,dx$ $\int_0^1 (x+n)(x+1)\,dx = \left(\dfrac{x^3}{3}+(n+1)\dfrac{x^2}{2}+nx\right)\Big\|_0^1 = \dfrac{9n+5}{6}$ Finalizare	**1p** **1p** **2p** **1p**